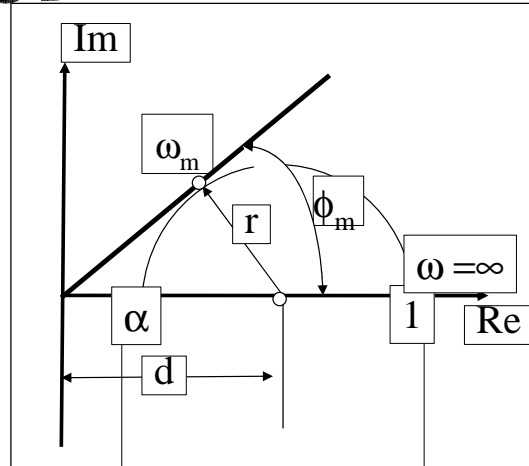
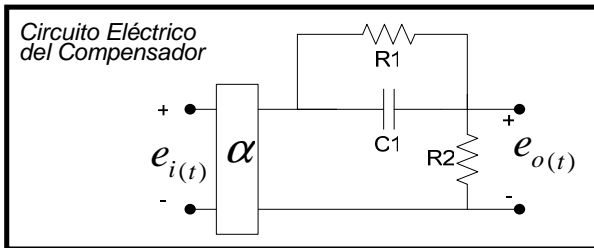


Compensación



Ander J. Miranda

Compensación en Adelanto



$$\frac{E_o(s)}{\alpha \cdot E_i(s)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1 + CR_1 S}{1 + \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2} S}$$

Definiendo:

$$\alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \quad \tau = \frac{CR_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \alpha > 1$$

Sustituyendo se tiene que:

$$\frac{E_o(s)}{\alpha \cdot E_i(s)} = \frac{1}{\alpha} \times \frac{1 + \alpha \tau S}{1 + \tau S} \quad \Rightarrow \quad \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1 + \frac{S}{1/\alpha \tau}}{1 + \frac{S}{1/\tau}}$$

Donde:

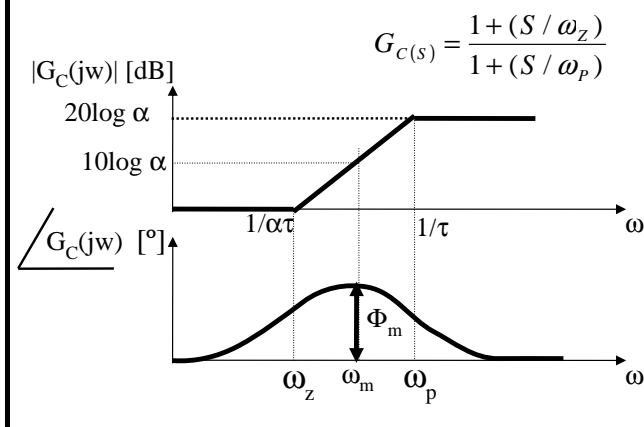
$$\omega_z = \frac{1}{\alpha \tau} \quad \omega_p = \frac{1}{\tau}$$

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1 + (S / \omega_z)}{1 + (S / \omega_p)} = G_C(s)$$

Ander J. Miranda

Compensación en Adelanto

Gráfica de Bode del Compensador



$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1 + (S / \omega_z)}{1 + (S / \omega_p)} = G_C(s)$$

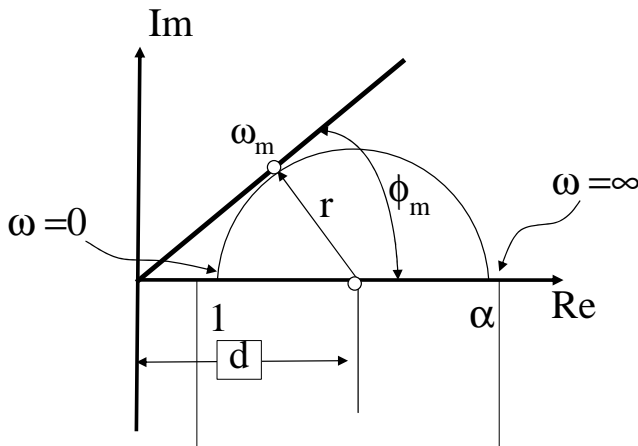
$$\omega_p = \frac{1}{\tau} \quad \omega_z = \frac{1}{\alpha\tau}$$

$$\log \omega_m = (\log \omega_z + \log \omega_p) / 2 \Rightarrow \omega_m = (\omega_z \omega_p)^{1/2} \Rightarrow \omega_m = \frac{1}{\tau \cdot (\alpha)^{1/2}}$$

Ander J. Miranda

Relación entre ϕ_m y α :

TRAZA POLAR DEL COMPENSADOR:

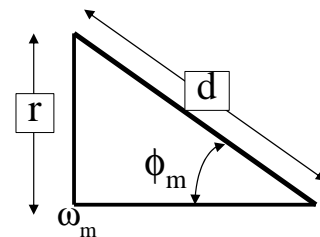


En definitiva:

$$\alpha = (1 + \text{sen } \phi_m) / (1 - \text{sen } \phi_m); \quad \phi_m < 65^\circ$$

$$\omega_m = \frac{1}{\tau \cdot (\alpha)^{1/2}} \quad ; \quad \alpha > 1$$

Compensación en Adelanto



$$r = \frac{1}{2} D = \frac{1}{2} (\alpha - 1)$$

$$d = 1 + r = \frac{1}{2} (1 + \alpha)$$

$$\text{sen } \phi_m = \frac{r}{d} = \frac{(1/2)(\alpha - 1)}{(1/2)(1 + \alpha)}$$

$$\text{sen } \phi_m = (\alpha - 1) / (\alpha + 1)$$

Ander J. Miranda

CARACTERÍSTICAS

- Mejora apreciablemente la respuesta transitoria.
- Disminuye la exactitud del estado estacionario (aumenta el ERP).
- En alta frecuencia puede acentuar los efectos de ruido.
- El ancho de banda del sistema en lazo cerrado se incrementa.

Las características de esta red de compensación es similar a las características del controlador PD

Ander J. Miranda

Ejemplo: 1

Compensación en Adelanto

Para el sistema dado, se requiere disminuir t_s y M_p , además se desea que tenga un $FM=50^\circ$, $GM \geq 10$ dB y $K_v=20 \text{ seg}^{-1}$ para el sistema, mediante una red compensadora

$$G_{(s)}H_{(s)} = \frac{4K}{s(s+2)}$$

1.- Calcular K con las condiciones de régimen permanente:

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{(s)}H_{(s)} = s \frac{4K}{s(s+2)} = 2K \Rightarrow 2K = 20 \Rightarrow K = 10$$

2.- Calcule los valores de Bode en unas gráficas o en una tabla

$$G_{(s)}H_{(s)} = \frac{40}{s(s+2)} = \frac{20}{s\left(\frac{s}{2}+1\right)}$$

$$G_{(jw)}H_{(jw)} = \frac{20}{jw\left(\frac{jw}{2}+1\right)}$$

$$|G(jw)H(jw)| \text{ [dB]} = 20 \log 20 - 20 \log \omega - 20 \log \left[\left(\frac{w}{2}\right)^2 + 1\right]^{1/2}$$

$$\angle G(jw)H(jw) \text{ [}^\circ\text{]} = -90 - \text{tg}^{-1} \frac{w}{2}$$

Ander J. Miranda

Compensación en Adelanto

Ejemplo: 1

$$|G(j\omega) H(j\omega)| \text{ [dB]} = 20 \log 20 - 20 \log \omega - 20 \log \left[\left(\frac{\omega}{2} \right)^2 + 1 \right]^{1/2}$$

$$\angle G(j\omega) H(j\omega) \text{ [}^\circ\text{]} = -90 - \text{tg}^{-1} \frac{\omega}{2}$$

3.- Calcular GM y FM

$$GM = 0 \text{ dB} - |G(j\omega) H(j\omega)|_{\omega = \omega_f}$$

$$GM = +\infty \quad \text{[dB]}$$

$$FM = 180 + \angle G(j\omega) H(j\omega)_{\omega = \omega_g}$$

$$FM = 180 + (-162) = 18^\circ$$

(No es la FM deseada)

W [rad/seg]	G(jw)H(jw) [dB]	G(jw)H(jw) [°]
1	25,05	-116,6
2,5	13,97	-141,4
5	3,44	-158,2
6	0,46	-161,6
7.5	- 3,26	-165,1
10	- 8,13	-168,7
100	- 48	-178,9

4.- Calcular ϕ_m

$$\phi_m = Fm_{DES} - FM_{GH} + FS = 50 - 18 + 5 \quad \therefore FS = \text{Factor de Seguridad (5}^\circ \text{ a 12}^\circ\text{);}$$

$$\phi_m = 37^\circ$$

Ander J. Miranda

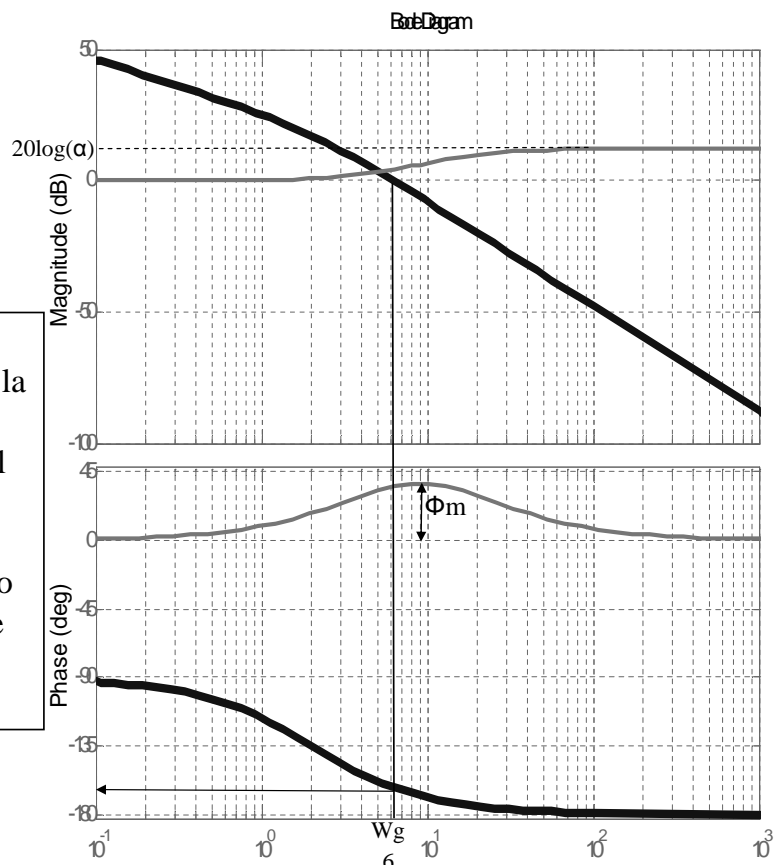
Ejemplo: 1

$$G(s)H(s) = \frac{20}{s \left(\frac{s}{2} + 1 \right)}$$

OBJETIVO

El objetivo es incrementar la fase del sistema en lazo abierto en la vecindad del cruce de ganancia (ω_g), mientras se localiza el adelanto de fase máximo en la nueva frecuencia de cruce de ganancia (ω_g')

Compensación en Adelanto



Ejemplo: 1

Compensación en Adelanto

5.- Calcular α

$$\alpha = (1 + \sin \phi_m) / (1 - \sin \phi_m) = (1 + \sin 37^\circ) / (1 - \sin 37^\circ) = 4,02$$

6.- Obtener la nueva frecuencia de cruce de ganancia

$$|G(j\omega)H(j\omega)|_{\omega=\omega_g'} = -10 \log \alpha = -10 \log(4,02) = -6,4 \text{ dB}$$

$$\omega_g' = 9 \text{ rad/seg} \quad \text{con } \omega_g' = \omega_m$$

7.- Obtener ω_z y ω_p

$$\omega_p = \alpha^{1/2} \cdot \omega_m = 18 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_z = \omega_p / \alpha = 4,5 \text{ rad/seg}$$

$$G_c(s) = 0,22 \frac{1 + \frac{s}{4,5}}{1 + \frac{s}{18}}$$

Compensador

Ander J. Miranda

Ejemplo: 1

Compensación en Adelanto

8.- Comprobación

Sistema compensado:

$$G_{(s)}H_{(s)}\alpha \cdot G_{C(s)} = 20 \frac{1 + \frac{s}{4,5}}{s \left(1 + \frac{s}{2}\right) \left(1 + \frac{s}{18}\right)}$$

$$FM_{DES} = 180 + \underbrace{\angle G(j\omega)H(j\omega)_C}_{\text{Fase del sistema compensado evaluada en } \omega_g'}$$

Fase del sistema compensado evaluada en ω_g'

$$FM_{DES} = 180 + \angle G(j\omega)H(j\omega)|_{\omega=\omega_g'} + \angle G_C(j\omega)|_{\omega=\omega_g'}$$

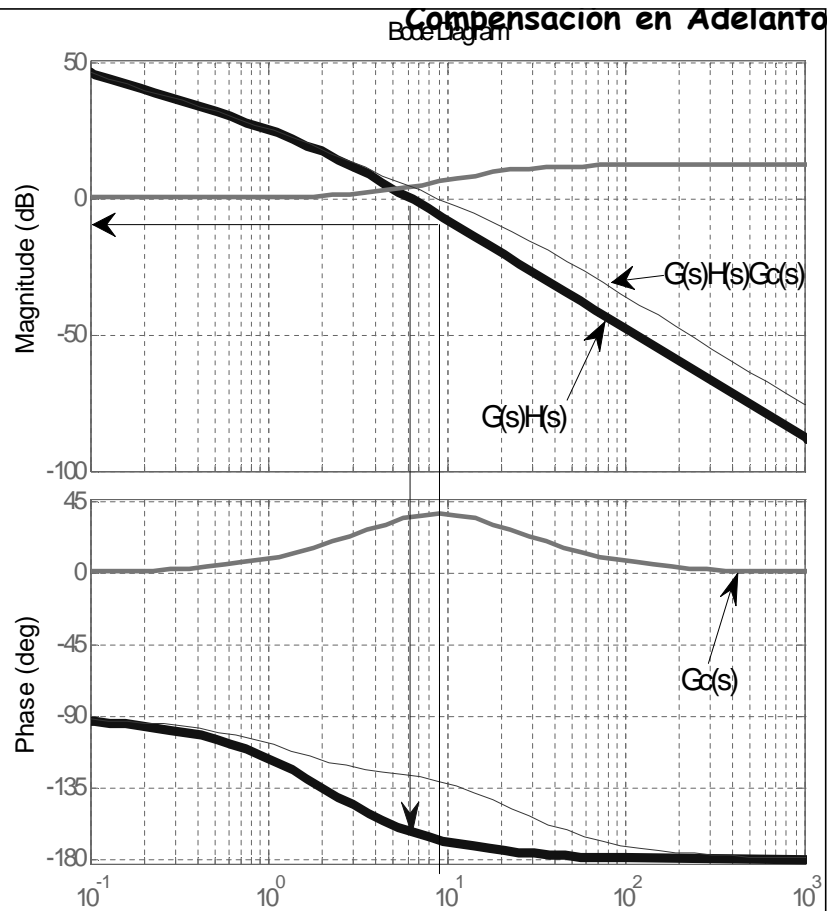
$$FM_{DES} = 50^\circ$$

Ander J. Miranda

Ejemplo: 1

GRÁFICA DE BODE
DEL:

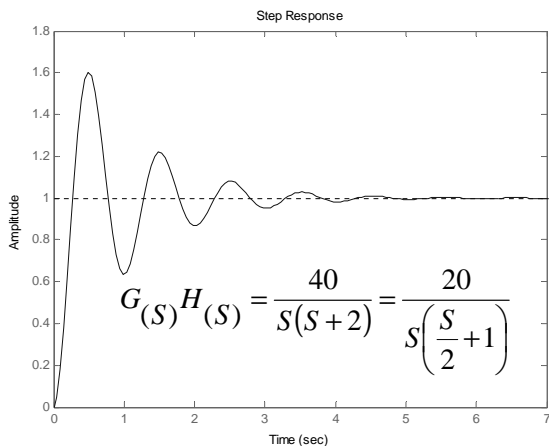
1. SISTEMA SIN COMPENSADOR
2. COMPENSADOR
3. SISTEMA COMPENSADO



Ejemplo: 1

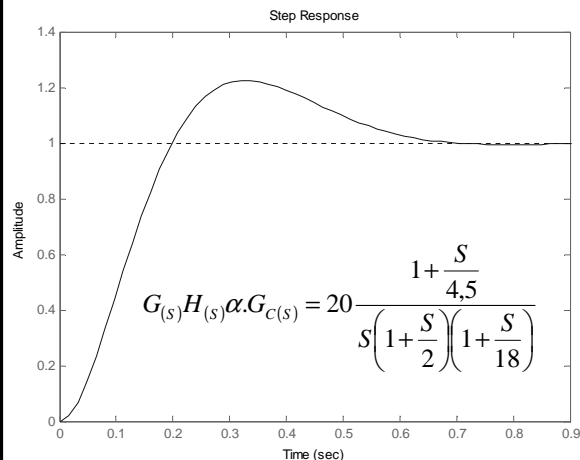
Compensación en Adelanto

Respuestas del sistema empleando MATLAB



Respuesta del sistema en Lazo cerrado sin el compensador

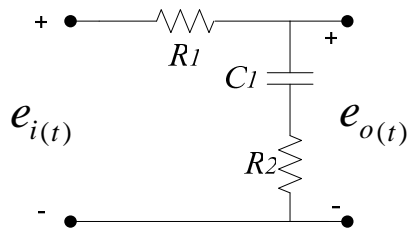
```
>>n2=20;
>>d2=[0.5 1 20];
>>step (n2,d2)
```



Respuesta del sistema en Lazo cerrado con el compensador

```
>>n3=[20/4.5 20]
>>d3=[0.0278 0.556 5.444 20]
>>step(n3,d3)
```

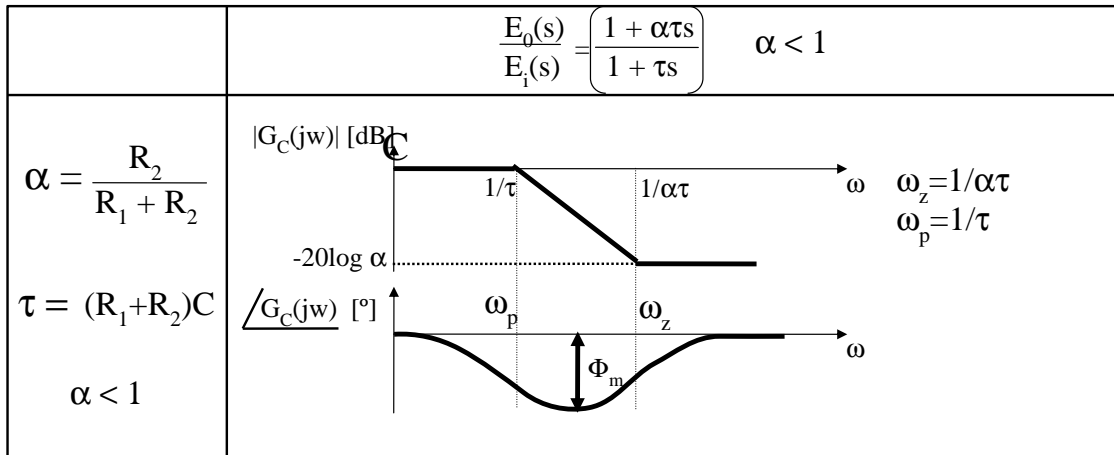
Circuito Eléctrico del Compensador



Compensación en Atraso

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1 + CR_2S}{1 + (R_1 + R_2)CS}$$

$$\text{sen } \phi_m = (\alpha - 1) / (\alpha + 1)$$



- Atraso de fase máximo: ϕ_m
- Este compensador provee una atenuación de $20 \log \alpha$ en altas frecuencias

Ander J. Miranda

Compensación de Atraso

OBJETIVO

- En la compensación de atraso el objetivo es mover el cruce de ganancia a una frecuencia más baja, en donde se alcance el margen de fase deseado, mientras se mantiene la curva de fase de las trazas de bode relativamente sin cambios en la nueva frecuencia de cruce de ganancia.

CARACTERÍSTICAS

Mejora apreciablemente la exactitud del estado estacionario.

Como la frecuencia de ganancia disminuye, el ancho de banda del sistema en lazo cerrado se reduce; por tanto, el tiempo de respuesta es más lento.

Suprime los efectos de ruido en frecuencias altas.

Ander J. Miranda

Ejemplo: 2**Compensación de Atraso**

Para el sistema mostrado en LA, diseñe un compensador que mejore el régimen permanente, que permita obtener una FM=65°, y un error en régimen permanente de 5% de la velocidad de salida,:

$$G(S)H(S) = \frac{K}{S(S+10)^2}$$

1.- Calcular K con las condiciones de régimen permanente:

$$E_{RP} = 0.05R_0 = (R_0 / K_V) \Rightarrow K_V = 20$$

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG(S)H(S) = s \frac{K}{s(S+10)^2} = \frac{K}{100} = 20 \Rightarrow K = 2000$$

2. Calcule los valores de Bode gráficamente o en una tabla

$$G(S)H(S) = \frac{2000}{S(S+10)^2} = \frac{20}{S\left(\frac{S}{10}+1\right)^2} \Rightarrow G(jw)H(jw) = \frac{20}{jw\left(\frac{jw}{10}+1\right)^2}$$

Ander J. Miranda

Ejemplo: 2**Compensación de Atraso**

$$G(jw)H(jw) = \frac{20}{jw\left(\frac{jw}{10}+1\right)^2}$$

$$|G(jw)H(jw)| \text{ [dB]} = 20 \log 20 - 20 \log w - 40 \log \left[\left(\frac{w}{10}\right)^2 + 1\right]^{1/2}$$

$$\angle G(jw)H(jw) \text{ [°]} = -90 - 2 \operatorname{tg}^{-1} \frac{w}{10}$$

3.- Determinar GM y FM:

$$GM = 0 \text{ dB} - |G(jw)H(jw)|_{w=wf} \text{ [dB]}$$

$$GM = 0 \text{ dB}$$

$$FM = 180 + \angle G(jw)H(jw)_{w=wg}$$

$$FM = 0^\circ \quad (\text{No es la FM deseada})$$

$$\underline{wf = wg = 10 \text{ rad/s}}$$

w [rad/s]	G(jw)H(jw) [dB]	G(jw)H(jw) [°]
1	26,00	-101,42
2	19,67	-112,60
8	3,66	-167,32
10	-4x10 ⁻¹¹	-180,00
11	-1,7	-185,45

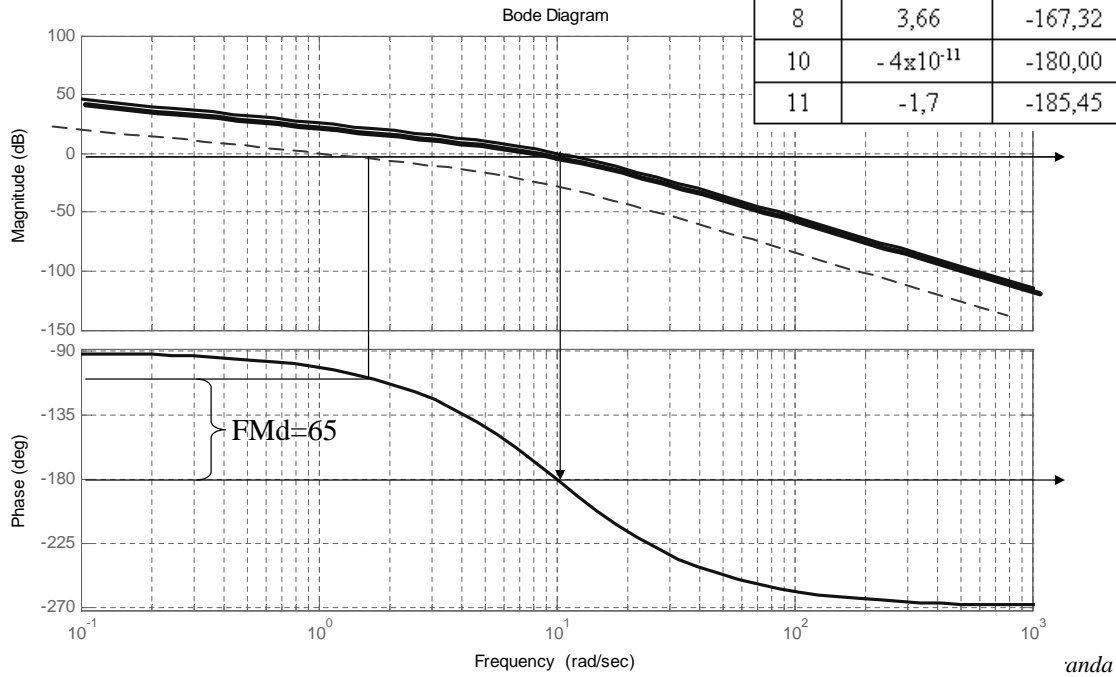
Ander J. Miranda

Ejemplo: 2

$$G(s)H(s) = \frac{20}{j\omega \left(\frac{j\omega}{10} + 1 \right)}$$

Compensación de Atraso

w [rad/s]	G(jw)H(jw) [dB]	G(jw)H(jw) [°]
1	26,00	-101,42
2	19,67	-112,60
8	3,66	-167,32
10	-4x10 ⁻¹¹	-180,00
11	-1,7	-185,45



4.- Obtener w_g' :

$$Fm_{DES} + FS = 180 + \angle G(j\omega)H(j\omega)_{w_g'}$$

$$\angle G(j\omega)H(j\omega)_{w_g'} = 65^\circ + 5^\circ - 180^\circ$$

$$\angle G(j\omega)H(j\omega) = -110^\circ \therefore w_g' = 1,77 \text{ rad/s}$$

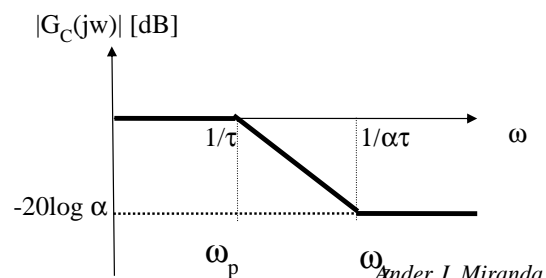
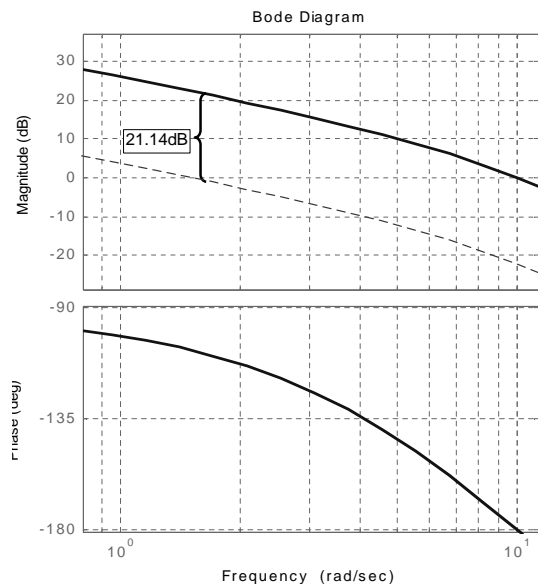
5.- Obtener α :

El controlador debe proveer la cantidad de atenuación igual al valor de la curva de magnitud en w_g' , para que la manitud en ese punto sea 0 dB.

$$|G_c(j\omega)|_{w_g'} = -20 \log \alpha \therefore \alpha < 1$$

$$|G_c(j\omega)|_{w_g'} = 21,14 \text{ dB}$$

$$\alpha = 10^{-|G_c(j\omega)|_{w_g'}/20} = 8,77 \times 10^{-2}$$



Ejemplo #1

6.- Obtener w_z :

Si w_z se localiza lejos por debajo de w_g' , el atraso de fase del controlador no afectará en forma apreciable la fase del sistema compensado cerca de w_g' . Sin embargo, si w_z es muy pequeña, el ancho de banda del sistema disminuirá mucho. Por tanto se asume:

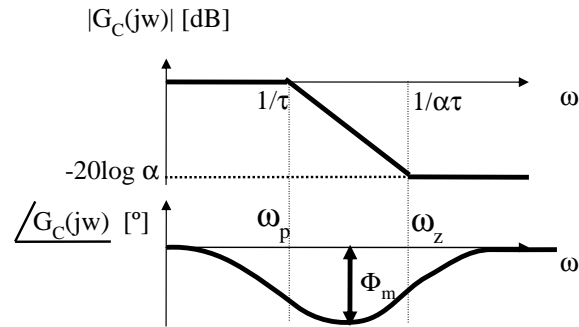
$$w_z = w_g' / 10$$

$$w_z = 0,177 \text{ rad/s}$$

7.- Obtener w_p :

$$w_p = \alpha w_z = 0,0155 \text{ rad/s}$$

$$G_c(s) = \frac{1 + \frac{s}{0,177}}{1 + \frac{s}{0,0155}}$$



Compensador

Ander J. Miranda

Ejemplo #1

8.- Comprobación

Sistema compensado

$$G_c(s) = 20 \frac{1 + \frac{s}{0,177}}{s \left(1 + \frac{s}{0,0155}\right) \left(1 + \frac{s}{10}\right)^2}$$

$$FM = 180 + \underbrace{\angle G(jw)H(jw)_C}_{\text{Fase del sistema compensado evaluada en } w_g'}$$

Fase del sistema compensado evaluada en w_g'

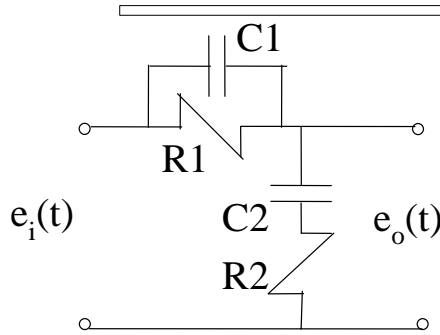
$$FM = 180 + -90 - 2 \text{tg}^{-1} \frac{w_g'}{10} + \text{tg}^{-1} \frac{w_g'}{0,177} - \text{tg}^{-1} \frac{w_g'}{0,0155}$$

$$FM = 64,7^\circ$$



Ander J. Miranda

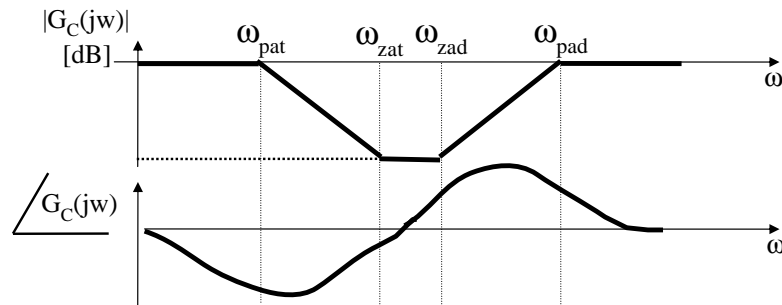
Compensación Atraso-Adelanto



$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{\left(s + \frac{1}{T_1}\right) \left(s + \frac{1}{T_2}\right)}{\left(s + \frac{\alpha}{T_1}\right) \left(s + \frac{1}{\alpha T_2}\right)} \quad \alpha > 1$$

Adelanto Atraso

$$T_1 = R_1 C_1 \quad T_2 = R_2 C_2 \quad \alpha T_2 + \frac{T_1}{\alpha} = R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2$$



COMPENSACIÓN ATRASO-ADELANTO

Prof. Oriana Barrios

Ejemplo #1

- Diseñe un compensador en atraso-adelanto que permita obtener una $FM=50^\circ$, $GM \geq 10$ dB y $K_V=10$ seg para el sistema

$$G(s)H(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$

- 1.- Calcular K con las condiciones de régimen permanente:

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{4k}{s(s+1)(s+2)} = \frac{k}{2} = 10 \Rightarrow \boxed{K=20}$$

- 2.- Trazar las gráficas de bode del sistema o una tabla con w (rad/seg), magnitud (dB) y fase de $G(s)H(s)$ ($^\circ$):

$$G(s)H(s) = \frac{20}{s(s+1)(s+2)}, \text{ normalizando } G(s)H(s) = \frac{10}{s(s+1)\left(\frac{s}{2}+1\right)}$$

$$G(jw)H(jw) = \frac{10}{jw\left(\frac{jw}{2}+1\right)(jw+1)}$$

COMPENSACIÓN EN ATRASO-ADELANTO

Ejemplo: 1

Diseñe un compensador en atraso-adelanto que permita obtener una FM=50°, GM ≥10 dB y KV=10s para el sistema :

$$G_{(s)}H_{(s)} = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

1.- Calcular K con las condiciones de régimen permanente:

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{(s)}H_{(s)} = s \frac{K}{s(s+1)(s+2)} = \frac{K}{2} = 10 \Rightarrow K = 20$$

2.- Calcular los valores de Bode gráficamente o en una tabla

$$G_{(s)}H_{(s)} = \frac{20}{s(s+1)(s+2)} = \frac{10}{s(s+1)\left(\frac{s}{2}+1\right)} \Rightarrow G_{(jw)}H_{(jw)} = \frac{10}{s(jw+1)\left(\frac{jw}{2}+1\right)}$$

COMPENSACIÓN EN ATRASO-ADELANTO**Ejemplo #1**

$$|G(jw) H(jw)| \text{ [dB]} = 20 \log 10 - 20 \log w - 20 \log \left[\left(\frac{w}{2}\right)^2 + 1\right]^{1/2} - 20 \log [(w)^2 + 1]^{1/2}$$

$$\angle G(jw) H(jw) \text{ [°]} = -90 - \text{tg}^{-1} w - \text{tg}^{-1} \frac{w}{2}$$

3.- Calcular GM y FM

$$GM = 0 \text{ dB} - |G(jw) H(jw)|_{w=w_f} \text{ [dB]}$$

$$GM = -10,45 \text{ dB} \therefore w_f = 1,415 \text{ rad/s}$$

$$FM = 180^\circ + \angle G(jw) H(jw)_{w=w_g}$$

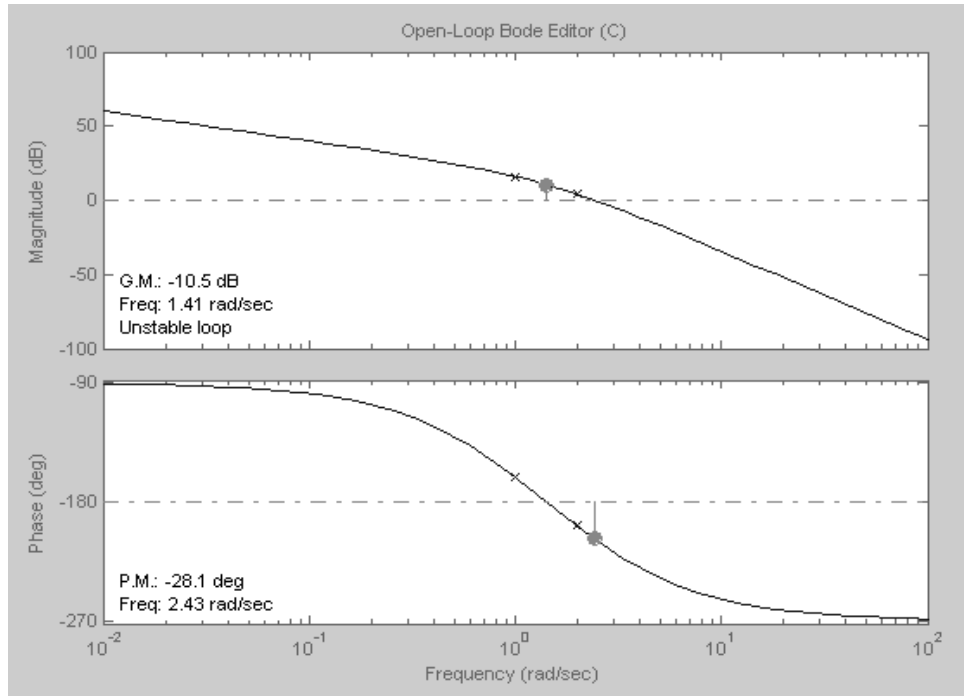
$$FM = 180^\circ + (-208,09^\circ) = -28,09^\circ \therefore w_g = 2,425 \text{ rad/s}$$

(No es la FM deseada)

4.-La nueva frecuencia de ganancia w_g' es w_f :

$$w_g' = w_f = 1,415 \text{ rad/s}$$

Ejemplo #1



Ander J. Miranda

Ejemplo #1

5.- Calcular ϕ_m :

$$\phi_m = \text{Fm}_{\text{DES}} + \text{FS} \quad \therefore \text{FS} = \text{Factor de Seguridad (5}^\circ \text{ a 12}^\circ\text{);}$$

$$\phi_m = 55^\circ$$

6.- Calcular α :

$$\alpha = (1 + \text{sen } \phi_m) / (1 - \text{sen } \phi_m) = 10$$

7.- Calcular el w_{zat} y w_{pat} :

$$w_{\text{zat}} = w_g' / 10 = 0,1415 \text{ rad/seg}$$

$$w_{\text{pat}} = w_{\text{zat}} / \alpha = 0,01415 \text{ rad/seg}$$

$$G_c(s) = 10 \frac{7s + 1}{70s + 1}$$

$$G_c(s) = \frac{s + 0,1415}{s + 0,01415}$$

Ejemplo #1

8.- El compensador en adelanto debe contribuir con la misma magnitud del sistema en w_g' :

$$|G(jw)H(jw)|_{w_g'} = 10,45 \text{ dB}$$

El compensador en adelanto debe pasar por (1,415 rad/s; -10,45 dB)

$$M = 20(\lg w - \lg 1,415) - 10,45$$

$$-20 = 20(\lg w_{zad} - \lg 1,415) - 10,45$$

$$w_{zad} = 0,47 \text{ rad/s}$$

$$0 = 20(\lg w_{pad} - \lg 1,415) - 10,45$$

$$w_{pad} = 4,7 \text{ rad/s (También se puede obtener por } w_{pad} = \alpha w_{zad} \text{)}$$

$$G_c(s) = \frac{s + 0,47}{s + 4,7}$$

$$G_c(s) = \frac{1}{10} \times \frac{(2,13s + 1)}{(0,213s + 1)}$$

COMPENSACIÓN EN ATRASO-ADELANTO

Prof. Oriana Barrios

Ejemplo #1

9.-Comprobación:

$$G_c(s) = \frac{10(2,13s + 1)(7s + 1)}{s(s + 1)\left(\frac{s}{2} + 1\right)(0,213s + 1)(70s + 1)}$$

Sistema
Compensado

$$FM_{DES} = 180^\circ + \underbrace{\angle G(jw)H(jw)_C}_{w=w_g'}$$

Fase del sistema compensado evaluada en w_g'

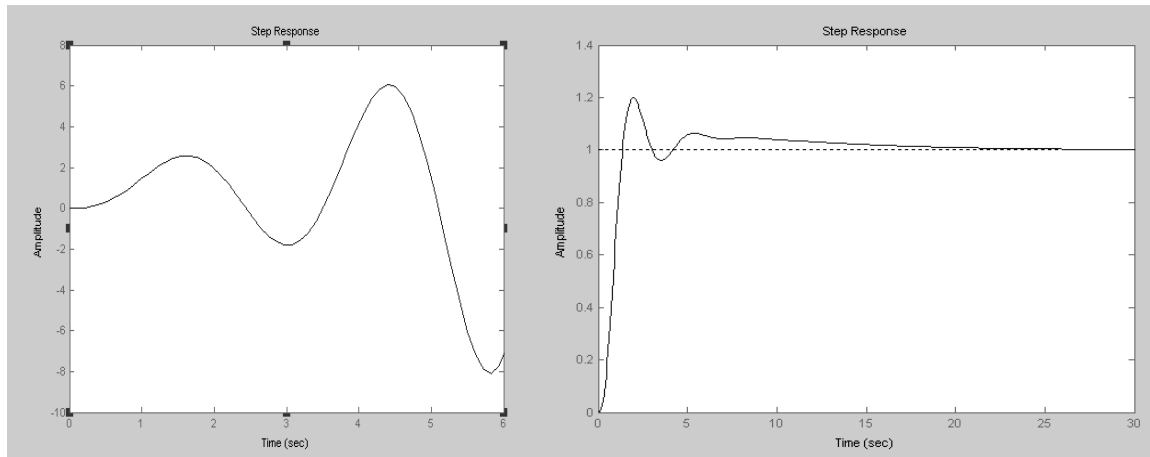
$$FM_{DES} = 180 - 90 - \text{tg}^{-1} w_g' - \text{tg}^{-1} \frac{w_g'}{2} + \text{tg}^{-1} 2,13 w_g' + \text{tg}^{-1} 7 w_g' - \text{tg}^{-1} 0,213 w_g' - \text{tg}^{-1} 70 w_g'$$

$$FM_{DES} = 49,7^\circ \quad \checkmark$$

COMPENSACIÓN EN ATRASO-ADELANTO

Prof. Oriana Barrios

Respuesta al escalón unitario



Sistema no compensado

Sistema compensado

COMPENSACIÓN EN ATRASO-ADELANTO

Prof. Oriana Barrios

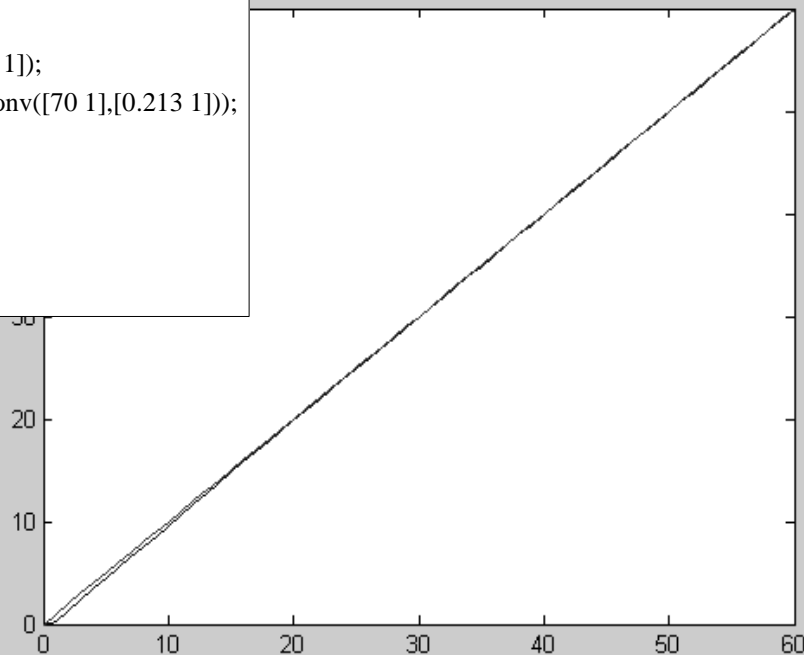
Ejemplo #1: Respuesta a entrada rampa unitaria

Sistema compensado

```

>> n=conv([70 10],[2.13 1]);
>> d=conv([.5 1.5 1 0],conv([70 1],[0.213 1]));
>> x=[0 0 0 n; d];
>> d1=[sum(x,1) 0];
>> t=0:0.1:60;
>> [c,x,t]=step(n,d1,t);
>> plot(t,c,'b',t,t,'r')

```



COMPENSACIÓN EN ATRASO-ADELANTO

Prof. Oriana Barrios

- Al Combinar las características de la compensación en atraso y en adelante se obtienen respuestas rápidas y con suficiente precisión estática.
- Incrementa en dos (2) el orden del sistema, por lo que el sistema se hace más complejo y se torna difícil controlar el comportamiento de respuesta transitoria. (Al menos que exista cancelación entre un cero o un polo del compensador y un polo o cero respectivamente de la FTCA del sistema no compensado).