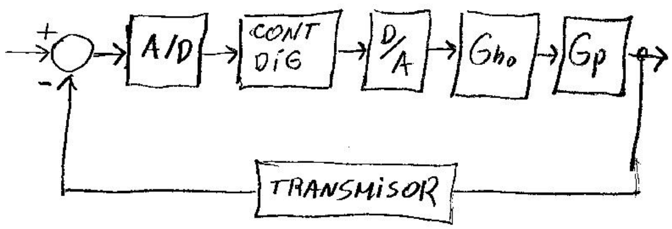
WWW.ENGR.IUPI.EDU/~SKOSKIE/ECE

ANALISIS DE SISTEMAS DE CONTROL EN EL PLANO Z

1) DIAGRAMA DE BLOQUES DE UN SISTEMA DE CONTROL DIGITAL:



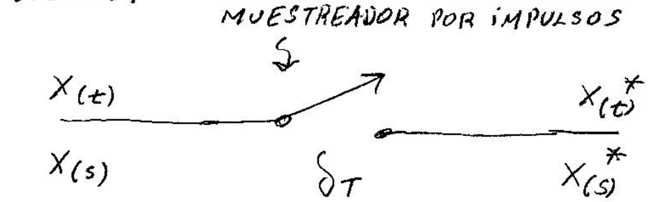
* A/D = CONVERTIDOR ANALOGICO-DIGITAL
* CONT. DIG. = CONTROLADOR DIGITAL
* D/A = CONVERTIDOR DIGITAL-ANALOGICO
* G_{ho} = CIRCUITO DE RETENCIÓN
* G_p = PLANTA O PROCESO.

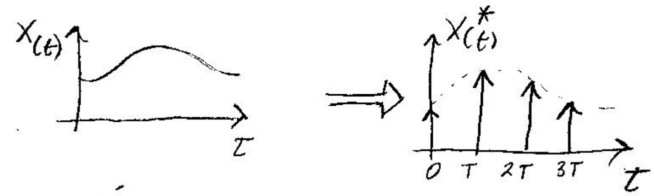
2) VENTAJAS DE LOS CONTROLADORES DIGITALES:

1) SON MÁS VERSATILES, PUEDEN MANEJAR ECUACIONES NO LINEALES Y MUCHA INF.
2) DISPONIBILIDAD DE MICROCOMPUTADORAS DE BAJO COSTO
3) SON MENOS SENSIBLES A SEÑALES DE RUIDO Y MÁS COMPACTOS.
4) GRÁN CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO CON UNA PRESICIÓN CONSTANTE DE CÁLCULOS, ETC.

3) MUESTREO MEDIANTE IMPULSOS

SE REALIZA MEDIANTE UN MUESTREADOR FICTICIO, CUYA SALIDA ES UN TREN DE IMPULSOS, DE PERIODO T, DONDE LA MAGNITUD DE CADA IMPULSO ES IGUAL AL VALOR DE LA SEÑAL MUESTREADA EN EL INSTANTE DE MUESTREO CORRESPONDIENTE.





MATEMÁTICAMENTE:

$$X^*_{(t)} = X_{(0)}\cdot\delta(t) + X_{(T)}\,\delta(t-T) + X_{(2T)}\,\delta(t-2T)$$

$$X^*_{(t)} = \sum_{K=0}^{\infty} X_{(KT)}\,\delta(t-KT)$$

APLICANDO LAPLACE:

$$X^*_{(s)} = \sum_{K=0}^{\infty} X_{(KT)}\cdot\mathcal{L}\{\delta(t-KT)\}$$

$$X^*_{(s)} = \sum_{K=0}^{\infty} X_{(KT)}\cdot e^{-KTs} = \sum_{K=0}^{\infty} X_{(KT)}\cdot\left(e^{sT}\right)^{-K}$$

HACIENDO CAMBIO DE VARIABLE:

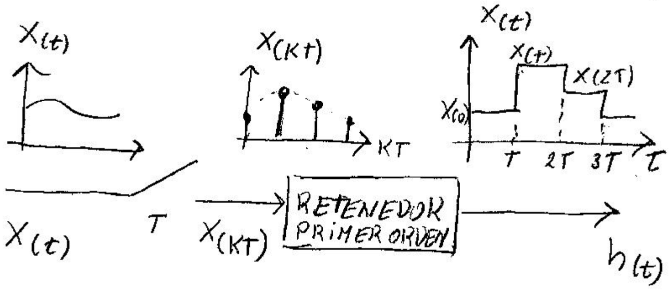
$$Z = e^{sT} \Rightarrow s = \frac{1}{T}\ln(Z)$$

$$X^*_{(s)}\Big|_{s=\frac{1}{T}\ln(z)} = \sum_{K=0}^{\infty} X_{(KT)}\cdot Z^{-K} = X_{(Z)}$$

SON IGUALES!

CIRCUITOS PARA LA RETENCIÓN DE DATOS

LA RETENCIÓN DE DATOS ES EL PROCESO DE GENERACIÓN DE UNA SEÑAL EN TIEMPO CONTINUO $h(t)$ A PARTIR DE UNA SECUENCIA EN TIEMPO DISCRETO $X(KT)$



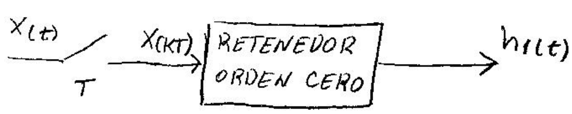
$$h(t+KT) = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \dots a_1 t + X(KT)$$

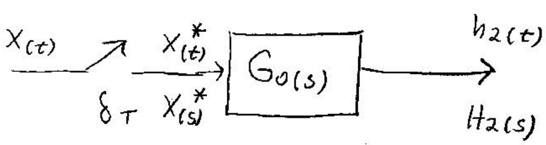
EL RETENEDOR MAS PRACTICO ES EL DE ORDEN CERO $n = 0$

$$h(t+KT) = X(KT) \; ; \; 0 < t < T$$

RETENEDOR DE ORDEN CERO.

CONSIDERE LOS DOS SIG. MUESTREADORES CON RETENEDOR DE ORDEN CERO:





DEL MUESTREADOR REAL:

$$h_1(t) = X(0)[\mu(t) - \mu(t-T)] + X(T)[\mu(t-T) - \mu(t-2T)] + X(2T)[\mu(t-2T) - \mu(t-3T)] + \dots$$

$$h_1(t) = \sum_{K=0}^{\infty} X(KT) \cdot [\mu(t-KT) - \mu(t-(K+1)T)]$$

PUESTO QUE $\mathcal{L}[\mu(t-KT)] = \dfrac{e^{-KTS}}{S}$

SE TIENE QUE:

$$H_1(s) = \sum_{K=0}^{\infty} X(KT) \cdot \left\{ \frac{e^{-KTS}}{S} - \frac{e^{-(K+1)TS}}{S} \right\}$$

$$H_1(s) = \sum_{K=0}^{\infty} X(KT) \cdot e^{-KTS} \cdot \frac{(1 - e^{-TS})}{S} \Rightarrow$$

$$H_1(s) = \frac{(1 - e^{-TS})}{S} \underbrace{\sum X(KT) \cdot e^{-KTS}}_{\to X^*(s)}$$

DEL MUESTREADOR POR IMPULSOS SE TIENE:

$$H_2(s) = G_o(s) \cdot X^*(s)$$

PARA QUE AMBOS SISTEMAS SEAN EQUIVALENTES DESDE EL PUNTO DE VISTA DE ENTRADA-SALIDA, SE DEBE CUMPLIR QUE:

$$H_1(s) = H_2(s)$$

$$G_o(s) \cdot X^*(s) = \frac{1 - e^{-TS}}{S} \cdot X^*(s)$$

$$\boxed{G_o(s) = \frac{1 - e^{-TS}}{S}}$$

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL RETENEDOR DE 1^er ORDEN

ES DECIR UN MUESTREADOR FICTICIO CON UN RETENEDOR CUYA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA SEA $G_o(s)$, REPRESENTAN A UN SISTEMA REAL DE UN MUESTREADOR REAL Y UN RETENEDOR DE ORDEN CERO!

Prof. Ander Miranda

TRANSFORMADA Z DE SEÑALES MULTIPLICADAS POR ZOH.

DADO:

$$X_{(s)} = \frac{1-e^{-TS}}{S} \cdot G_{(s)}$$

$$X_{(s)} = (1-e^{-TS}) \cdot \frac{G_{(s)}}{S} = (1-e^{-TS})G_{1(s)}$$

ENTONCES:

$$X_{(s)} = G_{1(s)} + e^{-TS} \cdot G_{1(s)} \longrightarrow \mathcal{L}^{-1}$$

$$X_{(t)} = g_{1(t)} + g_1(t-T) \longrightarrow \mathcal{Z}$$

$$X_{(z)} = G_{1(z)} - z^{-1} \cdot G_{1(z)}$$

$$X_{(z)} = (1-z^{-1})G_{1(z)} \Rightarrow$$

$$X_{(z)} = (1-z^{-1}) \mathcal{Z}\left\{\frac{G_{(s)}}{S}\right\}$$

EJEMPLO

OBTENGA LA TRANSFORMADA Z DE:

$$X_{(s)} = \frac{1-e^{-TS}}{S} \cdot \frac{1}{S}$$

$$X_{(z)} = (1-z^{-1}) \cdot \mathcal{Z}\left\{\frac{1}{S^2}\right\}$$

$$X_{(z)} = (1-z^{-1}) \cdot \frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$$

$$X_{(z)} = \frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})} = \frac{T}{(z-1)}$$

EJERCICIO:

$$X_{(s)} = \frac{G_{o(s)}}{1+S} \Rightarrow X_{(z)} = \frac{(1-e^{-T})z^{-1}}{1-e^{-T} \cdot z^{-1}}$$

TEOREMA DEL MUESTREO.

SEA ω_s = FRECUENCIA DE MUESTREO

ω_o = COMPONENTE DE MAS ALTA FRECUENCIA DE $X_{(t)}$

ENTONCES LA SEÑAL $X_{(t)}$ SE PUEDE RECONSTRUIR COMPLETAMENTE DE $X^*_{(t)}$ SI SE CUMPLE QUE:

$$\boxed{\omega_s > 2\omega_o} \; ; \; \omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

T= PERIODO DE MUESTREO.

" EN LA PRÁCTICA SE ESCOGE $\omega_s > 10\omega_o$ "

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA PULSO.

DE LA CONVOLUCIÓN DISCRETA:

$$Y_{(KT)} = \sum_{n=0}^{\infty} h(KT-nT) \cdot X_{(nT)} \; ; \; n=0,1,2,\ldots$$

DONDE:

$h(KT-nT) = 0$ PARA $n > K \Rightarrow$

APLICANDO TRANSF. Z.

$$Y_{(z)} = \sum_{K=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} h(KT-nT) \cdot X_{(nT)} \cdot z^{-K}$$

LUEGO: $m = K-n \Rightarrow K = m+n$

$$Y_{(z)} = \sum_{K=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} h(mT) \cdot X_{(nT)} \cdot z^{-(m+n)}$$

$$Y(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} h(mT) \cdot X(nT) \cdot z^{-m} \cdot z^{-n}$$

$$Y(z) = \sum_{m=0}^{\infty} h(mT) \cdot z^{-m} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} X(nT) \cdot z^{-n}$$

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = H(z) \quad = \text{FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA PULSO.}$$

EN DIAGRAMA DE BLOQUES:

$$X(z) \longrightarrow \boxed{H(z)} \longrightarrow Y(z)$$